

# ЗАДАЧИ

Для решения задач отводится **75 минут**

**9-10 классы**

- Не разрешается пользоваться калькулятором.
- Для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным.
- За нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются.
- Участник конкурса может набрать максимум 120 баллов.
- После завершения конкурса листок с задачами остается у участника.
- Главное требование к участникам конкурса — выполнить задания самостоятельно и честно.

## Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. Модель поезда совершает полный круг ровно за 1 минуту 11 секунд. Сколько времени потребуется модели поезда на шесть кругов?

- (A) 6 минут 56 секунд (B) 7 минут 6 секунд (C) 7 минут 16 секунд  
(D) 7 минут 26 секунд (E) 7 минут 36 секунд

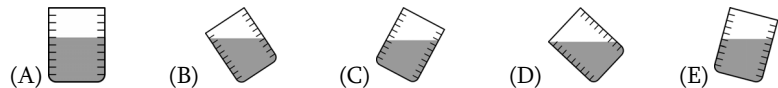
2. Парикмахер хочет написать слово SHAVE (побрить) на доске таким образом, чтобы клиент, смотрящий в зеркало, правильно прочитал его. Какое слово должен написать парикмахер на доске?

- (A) SHAVE (B) SHAVЭ (C) ЭVAHS (D) EVAHЭ (E) ЭVAHЭ

3. Какое наибольшее количество различных сумм точек можно получить, бросив одновременно три стандартные кости?

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

4. Пять одинаковых стаканов наполнены водой. В четырех из них количество воды одинаковое. В каком из стаканов количество воды отличается от остальных?



5. В парке пять ворот. Манэ хочет войти через одни ворота и выйти через другие. Каким будет наибольшее количество различных вариантов входа и выхода из парка?

- (A) 10 (B) 15 (C) 16 (D) 20 (E) 25

6. Прямоугольник 3x2 может быть полностью покрыт приведенными на рис. 1 двумя L-образными фигурами, двумя различными способами, как показано на рис. 2. Каким наибольшим количеством различных способов можно покрыть такими L-образными фигурами рисунок 3?



рис. 1

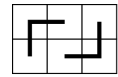


рис. 2

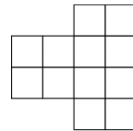


рис. 3

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 48

7. Флаг Кенгурии — прямоугольник с соотношением длин сторон 3:5. Флаг разделен на четыре прямоугольника равной площади, как показано на

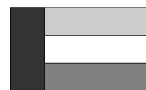


рисунок. Как соотносятся длины сторон белого прямоугольника?

- (A) 1:3 (B) 1:4 (C) 2:7 (D) 3:10 (E) 4:15

8. Какое из приведенных в ответах утверждений верно для углов, отмеченных на рис. 1, если известно, что он состоит из девяти одинаковых квадратов?

- (A)  $\alpha = \beta$  (B)  $\alpha + \beta = 60^\circ$  (C)  $2\alpha + \beta = 90^\circ$   
(D)  $2\beta + \alpha = 90^\circ$  (E)  $\alpha + \beta = 45^\circ$

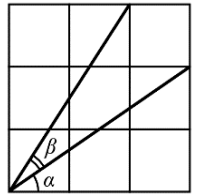
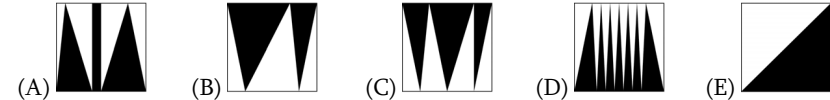


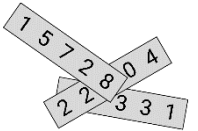
рис. 1

9. В какой из приведенных в ответах диаграмм площадь черной части наибольшая, если площади приведенных квадратов равные?



10. На трех полосках бумаги записаны три пятизначных числа, сумма которых равна 57263. Полоски лежат друг на друге так, что три цифры закрыты (см. рисунок). Какие цифры закрыты?

- (A) 0, 2 и 2 (B) 1, 2 и 9 (C) 2, 4 и 9 (D) 2, 7 и 8 (E) 5, 7 и 8



## Задачи, оцениваемые в 4 балла

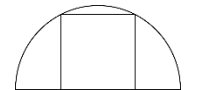
11. Вершины квадрата отмечены буквами A, B, C и D по часовой стрелке. Вершинами A, E и C вычерчивают равносторонний треугольник, где A, E и C также отмечены по часовой стрелке. Чему равна величина  $\angle CBE$ ?

- (A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $135^\circ$  (D)  $145^\circ$  (E)  $150^\circ$

12. Числа  $a, b, c, d$  — различные натуральные числа от 1 до 10 включительно. Чему равно минимальное возможное значение числа  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

- (A)  $\frac{2}{10}$  (B)  $\frac{3}{19}$  (C)  $\frac{14}{45}$  (D)  $\frac{29}{90}$  (E)  $\frac{25}{72}$

13. Две вершины квадрата находятся на полуокружности, а две другие — на диаметре полуокружности, как показано на рисунке. Радиус круга равен 1 см. Чему равна площадь квадрата?



- (A)  $\frac{4}{5}$  см<sup>2</sup> (B)  $\frac{\pi}{4}$  см<sup>2</sup> (C) 1 см<sup>2</sup> (D)  $\frac{4}{3}$  см<sup>2</sup> (E)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  см<sup>2</sup>

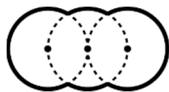
14. Какое наибольшее количество плоскостей проходит через ровно три вершины куба?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 12

15. Арминэ следует приготовить сок, используя концентрат и воду в объемном соотношении 1:7. 1-литровая колба наполовину заполнена концентратом. Какую часть этого концентрата нужно использовать для приготовления 2 литров сока, если принять, что объем готового сока равен сумме объемов концентрата и воды?

- (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{2}{7}$  (D)  $\frac{4}{7}$  (E) весь концентрат

16. Приведенная на рисунке фигура состоит из отмеченной сплошной линией частей трех равных окружностей радиусом  $R$ , центры которых расположены на одной прямой. Средняя окружность проходит через центры двух других, как показано на рисунке. Чему равен периметр фигуры?



- (A)  $\frac{10\pi R}{3}$  (B)  $\frac{5\pi R}{3}$  (C)  $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$  (D)  $2\pi R\sqrt{3}$  (E)  $4\pi R$

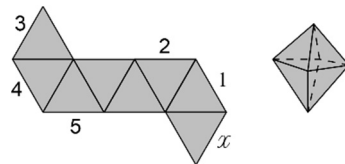
17. Сумма цифр семизначного телефонного номера  $\overline{aaabbbb}$  равна двузначному числу  $\overline{ab}$ . Чему равна сумма  $a + b$ ?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

18. 60 яблок и 60 груш упаковывают в коробки так, что все коробки содержат одинаковое количество яблок, но никакие две коробки не содержат одинаковое количество груш. В какое наибольшее количество коробок можно упаковать фрукты таким образом?

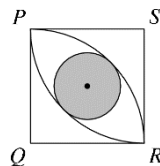
- (A) 20 (B) 15 (C) 12 (D) 10 (E) 6

19. На диаграмме показана развертка октаэдра. Какой из отмеченных цифрами отрезков совпадет с отрезком, обозначенным  $x$ , если сложить эту развертку в октаэдр?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

20. Две четверти окружностей, центры которых находятся в  $S$  и  $Q$ , вписаны в квадрат  $PQRS$  с длиной стороны 2, как показано на рисунке. Внутри области, ограниченной этими окружностями, вписан серый круг с наибольшим возможным радиусом. Чему равна площадь серого круга?



- (A)  $(6 - 2\sqrt{2})\pi$  (B)  $(4\sqrt{2} - 2)\pi$  (C)  $(2\sqrt{2} + 2)\pi$   
(D)  $(3\sqrt{2} - 2)\pi$  (E)  $(6 - 4\sqrt{2})\pi$

### Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. На диске, который вращается вокруг своего центра, отмечены две точки —  $A$  и  $B$ . Расстояние точки  $B$  от центра диска на 3 см больше, чем расстояние точки  $A$  от центра. Скорость вращения точки  $B$  в 2,5 раза больше скорости вращения точки  $A$ . Чему равно расстояние точки  $B$  от центра диска?

- (A) 10 см (B) 9 см (C) 8 см (D) 6 см (E) 5 см

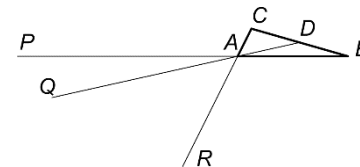
22. Тигран записывает целые числа от 1 до 99 в порядке возрастания без пробелов. Затем он делит полученную последовательность цифр на тройки: 123456789101112 ... 979899  $\rightarrow$   $\rightarrow$  (123)(456)(789)(101)(112) ... (979)(899). Какая из приведенных в ответах троек не является одной из полученных Тиграном троек?

- (A) (222) (B) (444) (C) (464) (D) (646) (E) (888)

23. Число  $3a$  имеет ровно 4 делителя, а число  $5a$  — ровно 6 делителей. Найдите первую цифру числа 2019 $a$ .

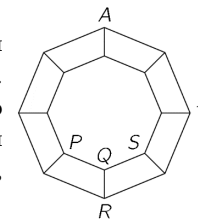
- (A) 1 (B) 3 (C) 8 (D) 9 (E) Невозможно определить.

24. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $S$ , точка  $D$  — середина отрезка  $BC$ . Точки  $P, Q, R$  выбраны на прямых  $AB, AD, AC$  соответственно так, что  $AP = 2 \cdot AB, AQ = 3 \cdot AD$  и  $AR = 4 \cdot AC$  (см. рисунок). Чему равна площадь треугольника  $PQR$ ?



- (A)  $S$  (B)  $2S$  (C)  $3S$  (D)  $\frac{1}{2}S$   
(E) 0 (т.е.  $P, Q$  и  $R$  находятся на одной линии)

25. На рисунке приведен граф, который состоит из 16 вершин и соединяющих их ребер. Муравей начинает движение из вершины  $A$ . При каждом шаге он может переходить из одной вершины в любую соседнюю вершину, двигаясь вдоль ребра, соединяющего эти вершины. В какой из вершин  $P, Q, R, S, T$  может оказаться муравей, сделав 2019 шагов?



- (A) только в  $P, R$  или  $S$ , но не в  $Q$  и  $T$  (B) только в  $P, R, S$  или  $T$ , но не в  $Q$   
(C) только в  $Q$  (D) только в  $T$  (E) Все вершины возможны.

26.  $a, b$  и  $c$  такие натуральные трёхзначные числа, что у каждого из них первая цифра равна последней цифре. Также известно, что  $b = 2a + 1$  и  $c = 2b + 1$ . Какое наибольшее количество таких целых чисел  $a$  существует?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) более 3

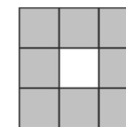
27. В каждой вершине квадрата записано одно натуральное число. Одно из чисел, записанных в любых двух вершинах, которые соединены одной стороной квадрата, кратно другому. Однако ни одно из двух чисел, лежащих на концах одной из диагоналей, не кратно другому. Чему равна наименьшая возможная сумма четырех чисел?

- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 35 (E) 60

28. Какое наименьшее количество элементов нужно удалить из множества  $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ , чтобы произведение оставшихся в множестве элементов было полным квадратом?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. Геворк записал целые числа от 1 до 8 в серые ячейки таблицы на рисунке, записывая каждую цифру только один раз. Он записал цифры так, чтобы все четыре суммы чисел — в верхней и нижней строках, в левом и правом столбцах таблицы — были равны. Чему равна наименьшая возможная сумма чисел, записанных в четырех угловых ячейках таблицы?



- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 16

30. Дано такое 4-значное число, что если зачеркнуть в нём какую-либо цифру, получится 3-значное число, которое является делителем исходного числа. Какое наибольшее количество 4-значных чисел обладает этим свойством?

- (A) 5 (B) 9 (C) 14 (D) 19 (E) 23