

ЗАДАЧИ

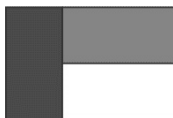
Для решения задач отводится **75 минут**

11-12 классы

- Не разрешается пользоваться калькулятором.
- Для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным.
- За нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются.
- Участник конкурса может набрать максимум 120 баллов.
- После завершения конкурса листок с задачами остается у участника.
- Главное требование к участникам конкурса — выполнить задания самостоятельно и честно.

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. Флаг Кенгурии — прямоугольник, который разделен на три равных малых прямоугольника, как показано на рисунке. Чему равно соотношение длин сторон белого прямоугольника?



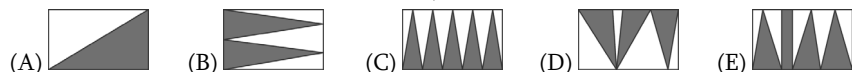
- (A) 1:2 (B) 2:3 (C) 2:5 (D) 3:7 (E) 4:9

2. Вардан записывает одно из чисел 1, 2, 3 и 4 в каждую клетку таблицы размером 2×2 только один раз. После этого он вычисляет сумму чисел в каждой строке и в каждом столбце. Две из этих сумм равны 4 и 5. Чему равны две другие суммы?



- (A) 6 и 6 (B) 3 и 5 (C) 4 и 5 (D) 4 и 6 (E) 5 и 6

3. В какой из приведенных в ответах диаграмм площадь серой части самая большая, если площади всех приведенных пяти прямоугольников равны?



4. У пирамиды 23 треугольные грани. Сколько ребер у такой пирамиды?

- (A) 23 (B) 24 (C) 46 (D) 48 (E) 69

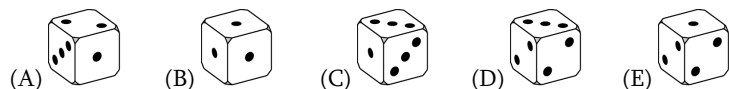
5. Чему равна первая (самая левая) цифра наименьшего натурального числа, сумма цифр которого равна 2019?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. Чему равна целая часть числа $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 20 (E) 25

7. На каждой из граней игральной кости отмечены точки 1, 2 или 3 так, что вероятность выпадения 1 точки равна $\frac{1}{2}$, вероятность выпадения 2 точек равна $\frac{1}{3}$, а вероятность выпадения 3 — $\frac{1}{6}$. Какой из приведенных вариантов ответа не может быть изображением такой игральной кости?



8. Михаил придумал новую операцию " \diamond " с действительными числами, которая определяется как $x \diamond y = y - x$. Пусть для чисел a, b и c ($a \diamond b$) $\diamond c = a \diamond (b \diamond c)$. Какое из приведенных в ответах утверждений всегда верно?

- (A) $a = b$ (B) $b = c$ (C) $a = c$ (D) $a = 0$ (E) $c = 0$

9. Какое наибольшее количество чисел от 2^{10} до 2^{13} включительно делится на 2^{10} ?

- (A) 16 (B) 8 (C) 6 (D) 4 (E) 2

10. Какова наибольшая степень числа 3, на которую делится число $7! + 8! + 9!$?

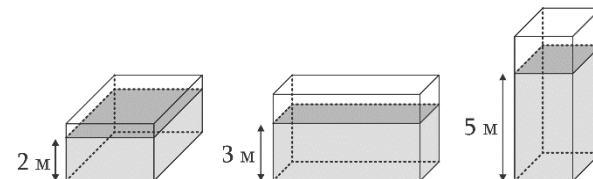
- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) больше 6

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. В этом году число мальчиков в нашем классе увеличилось на 20%, а число девочек уменьшилось на 20%. Сейчас в нашем классе число учеников на 1 ученика больше, чем в прошлом году. Какое из приведенных в ответах чисел может быть количеством учеников в нашем классе сейчас?

- (A) 22 (B) 26 (C) 29 (D) 31 (E) 34

12. Сосуд в форме закрытого прямоугольного параллелепипеда содержит 120 м^3 воды. Высота воды в сосуде 2 м, 3 м или 5 м, в зависимости от того, какая грань сосуда находится на полу, как показано на рисунке (масштаб не сохранен). Чему равен объем этого сосуда?



- (A) 160 м^3 (B) 180 м^3 (C) 200 м^3 (D) 220 м^3 (E) 240 м^3

13. При каком наибольшем количестве целых чисел n число $|n^2 - 2n - 3|$ является простым?

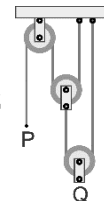
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) бесконечно много

14. Пять подружек идут в кинотеатр и занимают места от 1 до 5 в одном ряду. Анаит выходит из зала за водой и по возвращении видит, что Асмик переместилась на два места вправо, Каринэ переместилась на одно место влево, а Манэ и Нарэ поменялись местами, оставляя 3-е место свободным для Анаит. На каком месте сидела Анаит перед тем, как выйти из зала?

- (A) на месте 1 (B) на месте 2 (C) на месте 3 (D) на месте 4 (E) на месте 5

15. Представленная на рисунке система состоит из трех шкивов с вертикальными канатами между ними. На сколько сантиметров поднимется точка Q, если конец P переместить вниз на 24 см?

- (A) 24 (B) 12 (C) 8 (D) 6 (E) $\frac{24}{5}$



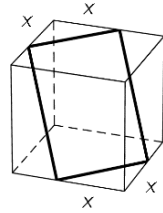
16. Натуральное число n называется «хорошим», если его наибольший делитель, исключая n , равен $n - 6$. Сколько «хороших» натуральных чисел существует?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) бесконечно много

17. В коробке 4 карандаша и 1 шоколад. Карен и Сона по очереди берут из коробки первый попавшийся предмет и не кладут его обратно. Выигрывает тот, кто вытаскивает шоколад. Карен начинает первым. Какова вероятность победы Сона?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{1}{3}$

18. На рисунке показан прямоугольник, вершины которого лежат на сторонах куба. При каком значении x этот прямоугольник является квадратом, если длина стороны куба равна 1?



- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{5}{4\sqrt{3}}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

19. Пусть a равно сумме всех положительных делителей числа 1024 и b равно произведению всех положительных делителей числа 1024. Тогда

- (A) $(a-1)^5 = b$ (B) $(a+1)^5 = b$ (C) $a^5 = b$ (D) $a^5 - 1 = b$ (E) $a^5 + 1 = b$

20. Чтобы вычислить результат $\frac{a+b}{c}$, где a , b и c — натуральные числа, Нарэ на калькуляторе набирает $a + b \div c =$ и в результате получает 11. Затем она набирает $b + a \div c =$ и с удивлением видит, что результат равен 14. Она догадывается, что калькулятор сначала производит операцию деления, потом операцию сложения. Чему равен правильный результат $\frac{a+b}{c}$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

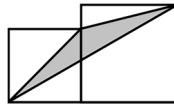
Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Допустим, $a < b < c$ являются последовательными простыми числами и корнем уравнения $ax^2 + cx + b = 0$ является целое число. Какое наибольшее количество возможных значений имеет b ?

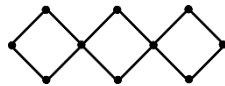
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) больше 4

22. На рисунке показаны приставленные друг к другу квадраты со сторонами a и b , где $a < b$. Чему равна площадь серой части?

- (A) \sqrt{ab} (B) $\frac{1}{2}a^2$ (C) $\frac{1}{2}b^2$ (D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ (E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



23. Арам записывает числа от 1 до 10 в вершинах показанной на рисунке сети, используя каждое число только один раз. Сумма четырех чисел в вершинах каждого из квадратов одинакова и равна S . Чему равно наименьшее возможное значение S ?



- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

24. Какое наибольшее количество плоскостей проходит по крайней мере через три вершины куба?

- (A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

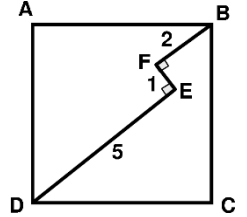
25. Четыре разные прямые проходят через начало координатной системы и пересекают параболу $y = x^2 - 2$ в восьми точках. Что может быть результатом произведения x -координат этих восьми точек?

- (A) только 16 (B) только -16 (C) только 8 (D) только -8
(E) Существует несколько возможных произведений.

26. Из чисел 1, 2, 3, ..., 10 произвольно выбирают три разных числа. Какова вероятность того, что одно из них является арифметическим средним двух других?

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

27. Ломаная $DEFB$, где $DE \perp EF$ и $EF \perp FB$, лежит внутри квадрата $ABCD$, как показано на рисунке. Дано, что $DE = 5$, $EF = 1$ и $FB = 2$. Чему равна длина стороны квадрата?

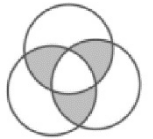


- (A) $3\sqrt{2}$ (B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{11}{2}$ (D) $5\sqrt{2}$
(E) ни одно из ответов (A)-(D)

28. В последовательности a_1, a_2, a_3, \dots имеем $a_1 = 49$. Для $n \geq 1$ число a_{n+1} получается прибавлением 1 к сумме цифр числа a_n с последующим возведением полученной суммы в квадрат. Например $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Чему равно a_{2019} ?

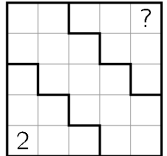
- (A) 25 (B) 49 (C) 64 (D) 121 (E) 400

29. Три равные окружности радиусом 2 см пересекаются так, что центр каждой окружности находится в точке пересечения двух других (см. рисунок). Чему равна площадь серой области?



- (A) π (B) 3π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 2π (E) 4π

30. Цифры 1, 2, 3, 4 и 5 записаны в каждой ячейке приведенного на рисунке квадрата таким образом, чтобы в каждой строке и в каждом столбце эти цифры встречались только один раз. Более того, суммы чисел в каждой из трех областей, разделенных жирными линиями, равны. Какое число записано в правой верхней ячейке, отмеченной знаком «?»?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5