

ЗАДАЧИ

Для решения задач отводится **75 минут**

11-12 классы

- Не разрешается пользоваться калькулятором.
- Для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным.
- За нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются.
- Участник конкурса может набрать максимум 120 баллов.
- После завершения конкурса листок с задачами остается у участника.
- Главное требование от участников конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. На рисунке показан календарь одного из месяцев года. К сожалению, были разлиты чернила, и большая часть календаря не видна. Какой день недели был 27-го числа приведенного на рисунке месяца?

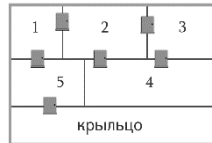


(A) Понедельник (B) Среда (C) Четверг (D) Суббота (E) Воскресенье

2. $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$

(A) 10 (B) $2\sqrt{17}$ (C) $\sqrt{34} - 10$ (D) $10 - \sqrt{34}$ (E) 0

3. На рисунке показан план дома Анаит. Каждый день Анаит входит в дом с крыльца и проходит через все двери ровно один раз. В какой комнате она завершает свой обход?

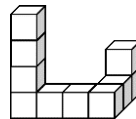


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4. У Тиграна семь камней и молоток. Каждый раз, когда он молотком ударяет по какому-нибудь камню, камень разбивается ровно на пять маленьких камней. Тигран несколько раз молотком ударяет по камням. Какое из приведенных в ответах чисел может быть количеством камней, когда Тигран перестанет ударять по камням?

(A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25

5. Показанная на рисунке фигура состоит из 10 склеенных вместе одинаковых кубиков. Фигуру погружают в ведро с краской так, чтобы она полностью оказалась в краске. У скольких кубиков будет окрашено ровно четыре грани?



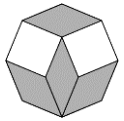
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

6. Следующие два утверждения верны: а) некоторые инопланетяне зеленые, остальные – фиолетовые, б) зеленые инопланетяне живут только на Марсе. Поэтому логически следует, что:

- (A) все инопланетяне живут на Марсе;
- (B) на Марсе живут только зеленые инопланетяне;
- (C) некоторые фиолетовые инопланетяне живут на Венере;
- (D) все фиолетовые инопланетяне живут на Венере;
- (E) ни один из зеленых инопланетян не живет на Венере.

7. Четыре одинаковых ромба и два квадрата собраны вместе так, что получается правильный восьмиугольник (см. рисунок). Чему равен большой угол каждого из ромбов?

(A) 135° (B) 140° (C) 144° (D) 145° (E) 150°



8. В коробке 65 мячей. 8 мячей белые, остальные – черные. За один ход можно взять из коробки не более 5 мячей. Не разрешается класть какой-либо мяч обратно в коробку. Самое меньшее сколько ходов нужно сделать, чтобы хотя бы один из взятых из коробки мячей был белый?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

9. На какое из приведенных в ответах пяти чисел не делится число $18^{2017} + 18^{2018}$?

(A) 8 (B) 18 (C) 28 (D) 38 (E) 48

10. Сколькими способами можно число 1001 представить в виде суммы двух простых чисел?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Более чем 3.

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. До футбольного матча между командами «Реал Мадрид» – «Манчестер Юнайтед» было сделано пять прогнозов:

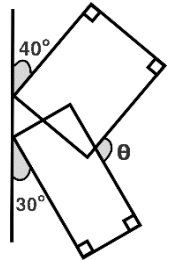
1. Игра не закончится ничьей.
2. «Реал Мадрид» забьет гол.
3. «Реал Мадрид» победит.
4. «Реал Мадрид» не проиграет.
5. Во время матча будет забито три мяча.

Каков был итоговый счет матча «Реал Мадрид» – «Манчестер Юнайтед», если ровно три из приведенных прогнозов сбылись?

(A) 3-0 (B) 2-1 (C) 0-3 (D) 1-2 (E) Эта ситуация невозможна.

12. Два прямоугольника составляют с вертикалью углы 40° и 30° , как показано на рисунке. Чему равен угол θ ?

(A) 105° (B) 120° (C) 130° (D) 135°
(E) Ни один из приведенных.



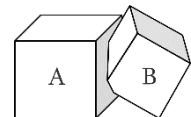
13. Сколько действительных решений имеет уравнение $||4^x - 3| - 2| = 1$?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

14. На пяти картах написаны цифры 3, 4, 5, 6 и 7. Три из этих карт дают Нанэ, а остальные две – Рубену. Нанэ умножает цифры, написанные на своих трех картах, а Рубен умножает цифры, написанные на своих двух картах. Оказывается, что сумма двух полученных произведений является простым числом. Чему равна сумма цифр, написанных на картах Нанэ?

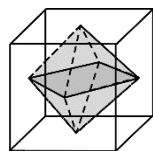
(A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 18

15. Кубы А и В имеют объемы соответственно V и W. Эти два куба пересекаются, как показано на рисунке. Часть куба А, которая не является общей для двух кубов, составляет 90% V. Часть куба В, которая не является общей для двух кубов, составляет 85% W. В каком из ответов приведено правильное соотношение V и W?



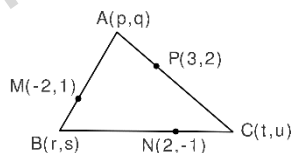
(A) $V = \frac{2}{3} W$ (B) $V = \frac{3}{2} W$ (C) $V = \frac{85}{90} W$ (D) $V = \frac{90}{85} W$ (E) $V = W$

16. Октаэдр (восьмигранник) вписан в куб с единичной стороной. Вершины октаэдра находятся в центре граней куба. Каков объем октаэдра?



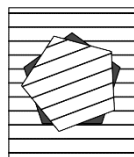
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{8}$

17. $A(p, q)$, $B(r, s)$ и $C(t, u)$ являются вершинами треугольника, как показано на рисунке. Известно, что $\frac{BM}{MA} = \frac{AP}{PC} = \frac{CN}{NB} = \frac{1}{3}$. Чему равна сумма $(p + q + r + s + t + u)$?



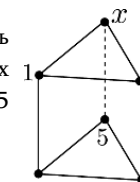
- (A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) 5
(E) Ни одному из приведенных.

18. Из линованного листа бумаги Карен вырезал правильный пятиугольник. При каждом шаге он вращает пятиугольник вокруг его центра против часовой стрелки на 21° . На рисунке показана позиция пятиугольника после первого шага. Какой из рисунков, приведенных в ответах, увидит Карен, когда после вращения пятиугольник впервые полностью впишется в отверстие?



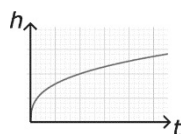
- (A) (B) (C) (D) (E)

19. Призма на картинке состоит из двух треугольников и трех квадратов. Ее шесть вершин пронумерованы от 1 до 6 таким образом, что сумма чисел в четырех вершинах каждого квадрата одинакова для всех трех квадратов. Числа 1 и 5 показаны на рисунке. Какое число находится в вершине с меткой «x»?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) Невозможно определить.

20. Вазу заполняют доверху водой так, что за единицу времени в нее наливается постоянный объем воды. На рисунке показана зависимость высоты воды h в вазе от времени t . Какая из приведенных в ответах фигур может быть формой этой вазы?



- (A) (B) (C) (D) (E)

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. m и n – корни уравнения $x^2 - x - 2018 = 0$. Чему равно значение $(n^2 + m)$?

- (A) 2016 (B) 2017 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

22. Четыре брата с именами А, В, С и D имеют разный рост. Они заявляют следующее:

- А: Я не самый высокий и не самый короткий.
- В: Я не самый короткий.
- С: Я самый высокий.
- D: Я самый короткий.

Только один из них лжет. Кто самый высокий?

- (A) А (B) В (C) С (D) D (E) Приведенная информация недостаточна.

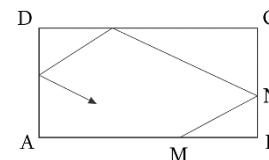
23. Пусть f такая функция, что $f(x + y) = f(x)f(y)$ для всех целых чисел x и y . Чему равна сумма $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$, если известно, что $f(1) = 1/2$?

- (A) 1/8 (B) 3/2 (C) 5/2 (D) 15/8 (E) 6

24. График квадратичной функции $f(x) = x^2 + px + q$ пересекает оси x и y в трех различных точках. Окружность, проходящая через эти три точки, пересекает график функции f в четвертой точке. Каковы координаты этой четвертой точки?

- (A) $(0, -q)$ (B) (p, q) (C) $(-p, q)$ (D) $(-\frac{q}{p}, \frac{q^2}{p^2})$ (E) $(1, p + q + 1)$

25. Длины сторон прямоугольного бильярдного стола равны 3 м и 2 м. По шару ударяют в точке M , находящейся на одной из длинных сторон. Шар отражается по одному разу от каждой из других сторон, как показано на рисунке. На каком расстоянии от точки A шар столкнется со стороной AB , если $BM = 1,2$ м и $BN = 0,8$ м?



- (A) 1,2 м (B) 1,5 м (C) 2 м (D) 2,8 м (E) 1,8 м

26. В классе число девочек на 40% больше числа мальчиков. Сколько учеников в этом классе, если вероятность того, что случайным образом отобранная пара будет состоять из одной девушки и одного мальчика, равна 1/2?

- (A) 20 (B) 24 (C) 36 (D) 38 (E) Такая ситуация невозможна.

27. На доске написано следующее 13-значное число – $1 \blacksquare 0767436 \blacksquare 000$, две цифры которого – вторая и десятая – стерлись. Известно, что это число делится на $12!$. Какие две цифры стерты?

- (A) 2 и 0 (B) 4 и 8 (C) 7 и 4 (D) 9 и 2 (E) 3 и 8

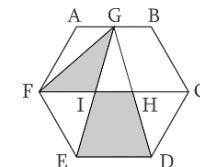
28. Чему равно наименьшее возможное значение выражения $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(x - y)^2 + 4} + \sqrt{(y - z)^2 + 1} + \sqrt{(z - 10)^2 + 9}$, если x , y и z положительные числа?

- (A) 7 (B) 13 (C) $4 + \sqrt{109}$ (D) $3 + \sqrt{2}$ (E) $\sqrt{149}$

29. Предположим, $f(x)$ является самым большим нечетным делителем числа x . Чему равно значение суммы $f(101) + f(102) + f(103) + \dots + f(199) + f(200)$?

- (A) 2500 (B) 5000 (C) 5625 (D) 9000 (E) 10000

30. На рисунке приведен правильный шестиугольник ABCDEF. G – середина AB . I и H – точки пересечения соответственно отрезков GE и GD с FC . Чему равно соотношение площадей треугольника GIF и трапеции $IHDE$?



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$