

# ЗАДАЧИ

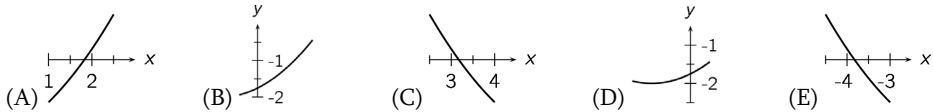
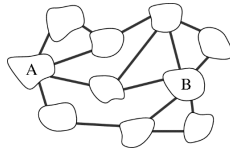
Для решения задач отводится **75 минут**

**11-12 классы**

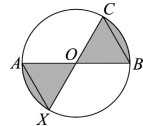
- Не разрешается пользоваться калькулятором.
- Для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным.
- За нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются.
- Участник конкурса может набрать максимум 120 баллов.
- После завершения конкурса листок с задачами остается у участника.
- Главное требование от участников конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

## Задачи, оцениваемые в 3 балла

1.  $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$   
 (A) 3,4 (B) 17 (C) 34 (D) 201,7 (E) 340
2. Баграт любит играть со своей игрушечной железной дорогой, размеры которой меньше реальных размеров железной дороги в 87 раз. Он изготовил модели и других реальных вещей в соотношении 1:87. Он изготовил также модель своего брата, высота которой 2 см. Каков реальный рост брата Баграта?  
 (A) 1,74 м (B) 1,62 м (C) 1,86 м (D) 1,94 м (E) 1,70 м
3. На рисунке изображены 10 островов, которые соединены 15 мостами (см. рисунок). Самое меньшее сколько мостов надо закрыть, чтобы было невозможно пройти с острова A на остров B?  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
4. Два положительных числа  $a$  и  $b$  такие, что 75% числа  $a$  равны 40% числа  $b$ . Это означает, что:  
 (A)  $15a = 8b$  (B)  $7a = 8b$  (C)  $3a = 2b$  (D)  $5a = 12b$  (E)  $8a = 15b$
5. Четыре из пяти приведенных в ответах рисунков являются частями графика одной и той же квадратичной функции. Который из них не является частью этого графика?

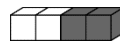


6.  $AB$  и  $CX$  являются диаметрами окружности с центром  $O$ , и  $OB = BC$  (см. рисунок). Какая часть площади круга серая?



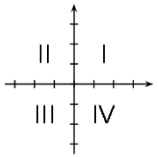
- (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{2}{7}$  (D)  $\frac{3}{8}$  (E)  $\frac{4}{11}$

7. Брусочек состоит из 2 серых и 2 белых кубиков, склеенных вместе так, что получился брусок размером  $4 \times 1 \times 1$ , на одном конце которого два белых кубика, на другом – два черных (см. рисунок). Какую из приведенных в ответах фигур можно построить из 4 таких брусочков?



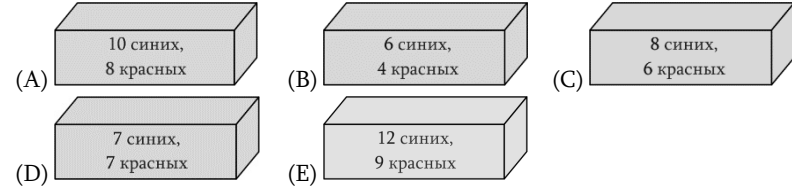
- (A) (B) (C) (D) (E)

8. Какой из приведенных на рисунке квадрантов не содержит ни одной точки графика линейной функции  $f(x) = -3,5x + 7$ ?



- (A) I (B) II (C) III (D) IV  
 (E) Во всех квадрантах есть точки этого графика.

9. В каждом из ящиков, приведенных в вариантах ответа, есть красные и синие шары, количество которых написано на ящиках. Оганес хочет не глядя взять один шар из одного из ящиков. Из какого ящика он должен взять шар, чтобы вероятность вытащить синий шар была наибольшая?

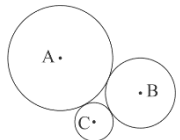


10. График какой из приведенных в вариантах ответа функций имеет наибольшее число общих точек с графиком функции  $f(x) = x$ ?

- (A)  $g_1(x) = x^2$  (B)  $g_2(x) = x^3$  (C)  $g_3(x) = x^4$  (D)  $g_4(x) = -x^4$  (E)  $g_5(x) = -x$

## Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Три окружности с центрами  $A, B, C$  и радиусами 3, 2 и 1, соответственно, касаются друг друга. Чему равна площадь треугольника  $ABC$ ?



- (A) 6 (B)  $4\sqrt{3}$  (C)  $3\sqrt{2}$  (D) 9 (E)  $2\sqrt{6}$

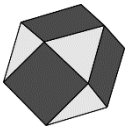
12. Положительное число  $p$  меньше 1, а число  $q$  больше 1. Какое из приведенных в ответах чисел наибольшее?

- (A)  $p \cdot q$  (B)  $p + q$  (C)  $\frac{p}{q}$  (D)  $p$  (E)  $q$

13. Объемы цилиндров  $A$  и  $B$  равны. Радиус основания цилиндра  $B$  на 10% больше радиуса основания цилиндра  $A$ . На сколько высота цилиндра  $A$  больше высоты цилиндра  $B$ ?

- (A) 5% (B) 10% (C) 11% (D) 20% (E) 21%

14. Грани показанного на рисунке многогранника треугольники или квадраты. Каждый квадрат окружен 4 треугольниками, а каждый треугольник окружен 3 квадратами. Сколько треугольников имеет этот многогранник, если он имеет 6 квадратов?

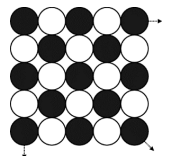


- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

15. Коэффициенты  $a$  и  $b$  многочлена  $5x^3 + ax^2 + bx + 24$  целые числа. Какое из приведенных в ответах чисел точно не является корнем этого многочлена?

- (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) 5 (E) 6

16. У Асмик 2017 фишек. 1009 из них черные, остальные – белые. Она раскладывает их в форме одного квадрата, начиная с черной фишки в верхнем левом углу и чередуя цвета в каждой строке и в каждом столбце (см. рисунок). Сколько фишек каждого цвета останется у Асмик после того, как она завершит раскладывать наибольший возможный квадрат?



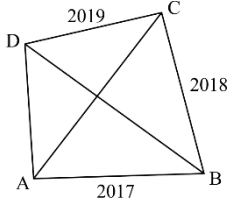
- (A) не останется (B) по 40 каждого цвета (C) 40 черных и 41 белая  
 (D) по 41 каждого цвета (E) 40 белых и 41 черная

17. Два последовательных числа таковы, что сумма цифр каждого из них кратна 7. Самое меньшее сколько цифр имеет наименьшее из таких чисел?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

18. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  диагонали взаимно перпендикулярны. Его стороны имеют длины  $|AB| = 2017$ ,  $|BC| = 2018$  и  $|CD| = 2019$  (на рисунке масштаб не соблюден). Чему равна длина  $AD$ ?

- (A) 2016 (B) 2018 (C)  $\sqrt{2020^2 - 4}$   
(D)  $\sqrt{2018^2 + 2}$  (E) 2020



19. Маленький Кенга старается быть честным, но обманывать слишком уж весело. Поэтому каждая третья сказанная им вещь – ложь, остальное – правда. Иногда Кенга начинает говорить со лжи, а иногда – с одного или двух истинных утверждений. Однажды Кенга задумал 2-значное число и рассказал о нем своему другу: «Одна из цифр этого числа – 2. Это число больше 50. Это четное число. Оно меньше 30. Оно делится на три. Одна из цифр этого числа – 7». Какова сумма цифр числа, задуманного Кенга?

- (A) 9 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 17

20. У нас есть 4 четырехгранные кости, на гранях каждой из которых написаны числа 2, 0, 1 и 7. После того, как кости брошены, вероятность попасть на любую грань каждой из костей одинакова. Если бросить все эти 4 кости, какова вероятность, что можем составить число 2017, используя только одно из чисел, написанных на трех видимых гранях каждой кости?

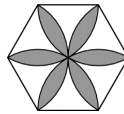
- (A)  $\frac{1}{256}$  (B)  $\frac{63}{64}$  (C)  $\frac{81}{256}$  (D)  $\frac{3}{32}$  (E)  $\frac{29}{32}$

**Задачи, оцениваемые в 5 баллов**

21. Сколько натуральных чисел обладают свойством, что если удалить последнюю цифру этого числа, полученное в результате число равно  $\frac{1}{14}$  исходного числа?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

22. На рисунке показан правильный шестиугольник, длина сторон которого 1. Цветок на рисунке построен из секторов окружностей радиусом 1, и центры окружностей находятся в вершинах шестиугольника. Какова площадь приведенного на рисунке цветка?

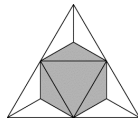


- (A)  $\pi$  (B)  $\frac{3\pi}{2}$  (C)  $4\sqrt{3} - \pi$  (D)  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$  (E)  $2\pi - 3\sqrt{3}$

23. Пусть  $a_n$  – последовательность, в которой  $a_1 = 2017$  и  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ . Чему равно  $a_{2017}$ ?

- (A) -2017 (B)  $-\frac{1}{2016}$  (C)  $\frac{2016}{2017}$  (D) 1 (E) 2017

24. Рассмотрим тетраэдр. Его четыре угла срезали четырьмя плоскостями, каждая из которых проходит через середины трех смежных ребер этого тетраэдра (см. рисунок). Какую часть объема исходного тетраэдра составляет объем полученного в результате тела?



- (A)  $\frac{4}{5}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{1}{3}$

25. Сумма длин трех сторон прямоугольного треугольника равна 18, а сумма квадратов длин этих трех сторон равна 128. Чему равна площадь этого треугольника?

- (A) 18 (B) 16 (C) 12 (D) 10 (E) 9

26. У Тиграна 5 коробок, 5 черных и 5 белых шаров. Он по своему усмотрению распределяет шары в коробках, при этом каждая коробка должна содержать по меньшей мере один шар. Арам по своему усмотрению вытаскивает один шар из одной из распределенных Тиграном коробок. Арам выигрывает, если вытаскивает белый шар. В противном случае выигрывает Тигран. Как должен Тигран распределить шары в коробках, чтобы иметь лучшую возможность на победу?

- (A) Тигран должен положить по одному белому и одному черному шару в каждую из коробок.  
(B) Тигран должен положить все черные шары в три коробки, а все белые – в две коробки.  
(C) Тигран должен положить все черные шары в четыре коробки, а все белые – в одну коробку.  
(D) Тигран должен положить по одному черному шару в каждую из коробок, а все белые – в одну коробку.  
(E) Тигран должен положить по одному белому шару в каждую из коробок, а все черные – в одну коробку.

27. В клетках таблицы размером  $3 \times 3$  записаны девять целых чисел, сумма которых равна 500. Клетки называются соседними, если имеют общую сторону. Известно, что разница чисел в любых двух соседних клетках равна 1. Какое число записано в центральной клетке?

	?	

- (A) 50 (B) 54 (C) 55 (D) 56 (E) 57

28. Если  $|x| + x + y = 5$  и  $x + |y| - y = 10$ , то чему равна величина  $(x + y)$ ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. Самое большее сколько существует трехзначных натуральных чисел  $\overline{ABC}$  таких, что  $(A + B)^C$  является трехзначным целым числом и целочисленной степенью числа 2?

- (A) 15 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 21

30. Каждый из 2017 людей, живущих на острове, либо лжец, который всегда лжет, либо правдолюб, который всегда говорит правду. Более тысячи из них приняли участие в банкете, где сидели за одним круглым столом. Каждый из них сказал: «Из двух людей, сидящих рядом со мной, один – лжец, а другой – правдолюб». Каково наибольшее возможное число правдолюб, живущих на острове?

- (A) 1683 (B) 668 (C) 670 (D) 1344 (E) 1343