ЗАДАЧИ

Для решения задач отводится 75 минут | **11-12 классы**

- Не разрешается пользоваться калькулятором.
- Для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным.
- За нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются.
- Участник конкурса может набрать максимум 120 баллов.
- После завершения конкурса листок с задачами остается у участника.
- Главное требование от участников конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

Задачи, оцениваемые в 3 балла

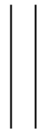
1. Сумма возрастов Тиграна и Ованеса равна 23, сумма возрастов Ованеса и Арама равна 24, а сумма возрастов Тиграна и Арама равна 25. Сколько лет старшему из них?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

2. Сумма $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}$ равна

(A) $\frac{3}{111}$ (B) $\frac{111}{1110}$ (C) $\frac{111}{1000}$ (D) $\frac{3}{1000}$ (E) $\frac{3}{1110}$

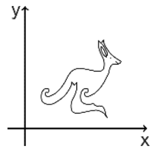
3. Вардан хочет построить мост через реку и знает, что кратчайшее расстояние от любой точки одного берега до другого всегда одно и то же. Какой из рисунков не может быть рисунком реки Вардана?

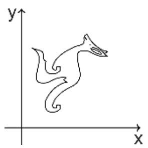
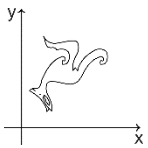
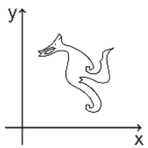
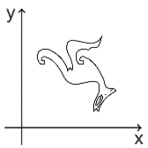
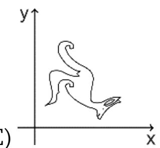
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4. Сколько целых чисел больше произведения $2015 \cdot 2017$, но меньше произведения $2016 \cdot 2016$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2017

5. Множество точек на плоскости xy образует изображение кенгуру (см. рис.). Для каждой точки координаты x и y поменяли местами. Какое изображение получилось в результате?

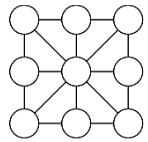


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

6. Каково наименьшее число плоскостей, с помощью которых можно огородить конечную часть в трехмерном пространстве?

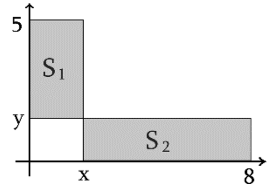
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

7. Асмик хочет вписать девять целых чисел в круги приведенного рисунка так, чтобы для восьми малых треугольников, вершины которых соединены отрезками, сумма цифр, вписанных в вершины, была одной и той же. Какое максимальное число различных чисел она может использовать?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 8

8. Площади прямоугольников S_1 и S_2, приведенных на рисунке, равны друг другу. Найдите отношение $\frac{x}{y}$.

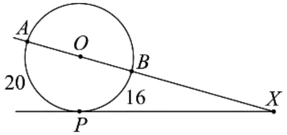


(A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{7}{4}$ (E) $\frac{8}{5}$

9. Если $x^2-4x+2=0$, то $x+\frac{2}{x}$ равно

(A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4

10. Длины дуг AP и BP на рисунке равны 20 и 16 соответственно. В таком случае угол AXP равен



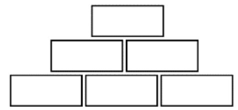
(A) 10^o (B) 15^o (C) 18^o (D) 24^o (E) 30^o

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Натуральные числа a, b, c, d удовлетворяют равенству $a+2=b-2=c\cdot 2=d:2$. Какое из четырех чисел a, b, c и d наибольшее?

(A) a (B) b (C) c (D) d (E) Не определяется однозначно.

12. В этой пирамиде число, записанное в каждом верхнем прямоугольнике, равно произведению чисел, записанных в прямоугольниках прямо под ним. Какое из приведенных чисел не может появиться в самом верхнем прямоугольнике, если все натуральные числа, записанные в трех нижних прямоугольниках, больше 1?



(A) 56 (B) 84 (C) 90 (D) 105 (E) 220

13. Чему равно x_4, если $x_1=2$ и $x_{n+1}={x_n}^{x_n}$ для $n\geq 1$?

(A) 2^{2^3} (B) 2^{2^4} (C) $2^{2^{11}}$ (D) $2^{2^{16}}$ (E) $2^{2^{768}}$

14. В прямоугольнике $ABCD$ длина стороны BC равна половине диагонали AC. Пусть точка M находится на стороне CD так, что $AM=MC$. Чему равен угол CAM:

(A) 12,5° (B) 15° (C) 27,5° (D) 42,5° (E) другое значение

15. Нанэ разрезала прямоугольник площадью 2016 см² на 56 равных квадратов. Длины сторон прямоугольника и квадратов целые числа. Сколько различных прямоугольников площадью 2016 см² Нанэ могла разрезать вышеуказанным способом?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 0

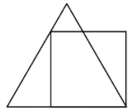
16. На острове рыцарей и жуликов каждый житель является или рыцарем, который всегда говорит правду, или жуликом, который всегда лжет. Во время путешествия по этому острову вы встретили 7 человек, сидящих вокруг костра. Каждый из них сказал: «Я сижу между двумя жуликами!». Сколько жуликов сидело у костра?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) Для определения требуется больше информации.

17. Оба уравнения $x^2 + ax + b = 0$ и $x^2 + bx + a = 0$ имеют действительные корни. Известно, что сумма квадратов корней первого уравнения равна сумме квадратов корней второго уравнения и что $a \neq b$. Тогда сумма $a + b$ равна

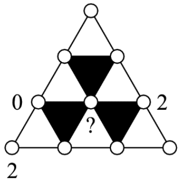
(A) 0 (B) -2 (C) 4 (D) -4 (E) Невозможно определить.

18. Если периметр квадрата на рисунке равен 4 см, то периметр равностороннего треугольника равен



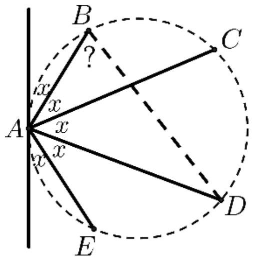
(A) 4 см (B) $(3+\sqrt{2})$ см (C) 3 см (D) $(3+\sqrt{3})$ см (E) $(4+\sqrt{3})$ см

19. Каждой из десяти кружочков на рисунке приписано одно из чисел 0, 1 или 2. Известно, что сумма чисел в вершинах каждого белого треугольника делится на 3, в то время как сумма чисел в вершинах каждого черного треугольника не делится на 3. Трем из вершин приписаны числа, указанные на рисунке. Какое число может быть приписано центральному кружочку?



(A) только 0 (B) только 1 (C) только 2 (D) только 0 и 1 (E) 0, 1, или 2

20. Баграт отметил точки A, B, C, D и E на окружности и начертил касательную в точке A так, что все углы, отмеченные x, равны друг другу (см. рис.). Чему равен угол ABD?



(A) 66° (B) 70,5° (C) 72° (D) 75° (E) 77,5°

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

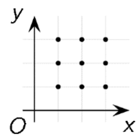
21. Сколько различных решений имеет уравнение $(x^2 - 4x + 5)^{x^2+x-30} = 1$?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) бесконечно много

22. Окружность вписана в четырехугольник. Периметр четырехугольника относится к длине окружности как 4:3. В таком случае отношение площади четырехугольника к площади круга равно

(A) $4:\pi$ (B) $3\sqrt{2}:\pi$ (C) $16:9$ (D) $\pi:3$ (E) $4:3$

23. Сколько существует квадратичных функций $y(x)$, график которых проходит по меньшей мере через 3 из отмеченных точек (см. рис.)?



(A) 6 (B) 15 (C) 19 (D) 22 (E) 27

24. В прямоугольном треугольнике ABC (прямой угол A) биссектрисы острых углов пересекаются в точке P. Если расстояние точки P от гипотенузы равно $\sqrt{8}$, то чему равно расстояние от P до A?

(A) 8 (B) 3 (C) $\sqrt{10}$ (D) $\sqrt{12}$ (E) 4

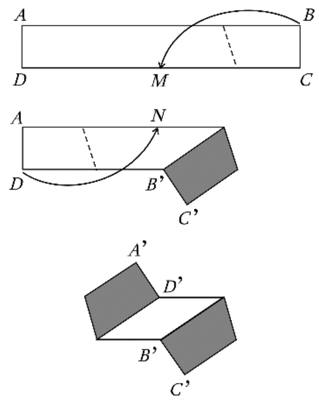
25. Три трехзначных числа составлены из цифр от 1 до 9, причем каждая цифра использована только один раз. Какое из приведенных чисел не может быть суммой этих трех чисел?

(A) 1500 (B) 1503 (C) 1512 (D) 1521 (E) 1575

26. Куб разделили на 6 пирамид, соединив точку внутри куба со всеми вершинами куба. Объемы пяти из пирамид равны 2, 5, 10, 11 и 14. Чему равен объем шестой пирамиды?

(A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 12

27. Ширина прямоугольной полосы ABCD 5 см, длина – 50 см, ее одна сторона белая, другая – серая. Карине сложила полоску так, что вершина B совпала с точкой M, которая является серединой стороны CD (см. рис.). Затем она сложила полосу еще раз так, что точка D совпала с точкой N, которая является серединой стороны AB. Чему равна площадь (в см²) видимой белой части на получившемся рисунке?

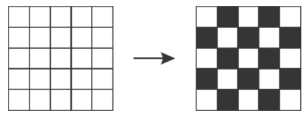


(A) 50 (B) 60 (C) 62,5 (D) 100 (E) 125

28. Анаит выбрала натуральное число n и записала сумму всех положительных целых чисел от 1 до n. Простое число p является делителем суммы этих чисел, но ни одно из этих чисел не делится на p. Какое из приведенных чисел может быть равно $n + p$?

(A) 217 (B) 221 (C) 229 (D) 245 (E) 269

29. Квадрат 5x5 разбит на 25 квадратиков. Изначально все квадратики были белые. При каждом шаге цвета трех последовательных квадратиков в ряду или в колонке меняются на обратные (т.е. белые квадратики становятся черными, а черные становятся белыми). Чему равно наименьшее число ходов, необходимых для получения шахматной окраски, показанной на рисунке?



(A) меньше 10 (B) 10 (C) 12 (D) больше 12 (E) Это невозможно сделать.

30. Натуральное число N имеет ровно шесть различных положительных делителей, включая 1 и N. Произведение пяти делителей равно 648. Какое из приведенных чисел является шестым делителем N?

(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 24