

ЗАДАЧИ

Для решения задач отводится **75 минут**

11-12-ые классы

- Не разрешается пользоваться калькулятором.
- Для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным.
- За нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются.
- Участник конкурса может набрать максимум 120 баллов.
- После завершения конкурса листок с задачами остается у участника.
- Главное требование от участников и организаторов конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

Задачи, оцениваемые в 3 балла

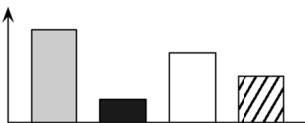
1. Анаит родилась в 1997-м году, ее сестра Нане – в 2001-м. Следовательно, в любом случае, разница в возрасте двух сестер

- (A) меньше 4-х лет (B) самое меньшее 4 года (C) ровно 4 года
(D) больше 4-х лет (E) не меньше 3-х лет

2. $(a - b)^5 + (b - a)^5 =$

- (A) 0 (B) $2(a - b)^5$ (C) $2a^5 - 2b^5$ (D) $2a^5 + 2b^5$
(E) $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

3. Лусине построила гистограмму, представляющую количества четырех видов деревьев, записанных во время биологической экскурсии (см. рисунок). Геворг думает, что круговая диаграмма будет лучше представлять соотношение количеств различных видов деревьев. Какая из круговых диаграмм Геворга соответствует гистограмме Лусине?

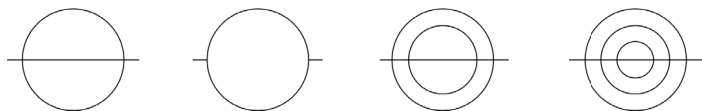


- (A) (B) (C) (D) (E)

4. Складываем 31 целое число от 2001 до 2031 и полученную сумму делим на 31. Что получим в результате?

- (A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2496

5. Сколько из приведенных рисунков можно нарисовать одной непрерывной линией, не проходя по какой-либо части дважды?

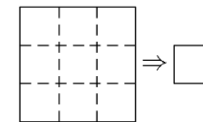


- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

6. Сколько решений имеет уравнение $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) бесконечно много

7. Квадратный кусок бумаги последовательно складывают по пунктирным линиям в любой последовательности (см. рисунок). У получившегося квадрата отрезают один угол. Затем бумагу разворачивают. Сколько отверстий будет на бумаге?



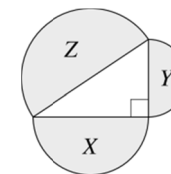
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9

8. Стакан имеет форму усеченного конуса. Поверхность стакана (без дна) нужно покрыть цветной бумагой. Какую форму должна иметь бумага, чтобы полностью покрыть поверхность без перекрываний?



- (A) (B) (C) (D) (E)

9. Диаметры трех полукругов составляют стороны прямоугольного треугольника. Их площади равны X см², Y см² и Z см² (см. рисунок). Какое из соотношений обязательно выполняется?



- (A) $X + Y < Z$ (B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ (C) $X + Y = Z$
(D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ (E) $X^2 + Y^2 = Z$

10. Какой из перечисленных ниже наборов представляет полный перечень возможного числа острых углов выпуклого четырехугольника?

- (A) 0, 1, 2 (B) 0, 1, 2, 3 (C) 0, 1, 2, 3, 4 (D) 0, 1, 3 (E) 1, 2, 3

Задачи, оцениваемые в 4 балла

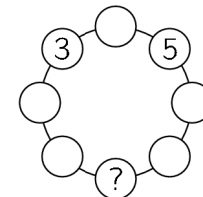
11. $\sqrt{(2015 + 2015)} + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015) =$

- (A) $\sqrt{2015}$ (B) 2015 (C) 2016 (D) 2017 (E) 4030

12. Ось x и графики функций $f(x) = 2 - x^2$ и $g(x) = x^2 - 1$ делят декартову плоскость на

- (A) 7 областей (B) 8 областей (C) 9 областей (D) 10 областей (E) 11 областей

13. Ануш хочет написать числа в пустых кружочках, приведенных на рисунке, так, чтобы каждое число было равно сумме двух своих соседних чисел. Какое число должна написать Ануш в кружочке со знаком «?» ?



- (A) -5 (B) -16 (C) -8 (D) -3 (E) Это невозможно.

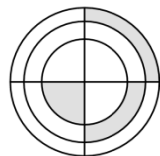
14. Среднее геометрическое n положительных чисел определяется как корень n -й степени из произведения этих чисел. Среднее геометрическое некоторых трех чисел равно 3, а среднее геометрическое других трех чисел – 12. Чему равно среднее геометрическое всех этих шести чисел?

- (A) 4 (B) 6 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{15}{6}$ (E) 36

15. Даны натуральные числа a, b, c, d, e . Известно, что $c:e = b$, $a + b = d$ и $e - d = a$. Которое из приведенных чисел наибольшее?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

16. На рисунке представлено три concentрических круга и два взаимно перпендикулярных диаметра. Площади серых фигур равны, а радиус меньшего круга равен 1. Чему равно произведение радиусов трех кругов?



- (A) $\sqrt{6}$ (B) 3 (C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) 6

17. Продавец автомобилей купил две машины. Первую машину он продал по цене на 40% превышающей цену покупки, вторую – по цене, на 60% превышающей цену покупки. В результате за две машины он получил на 54% больше, чем заплатил за их покупку. Отношение цен, по которым продавец купил первую и вторую машины, равно

- (A) 20:27 (B) 10:13 (C) 7:12 (D) 3:7 (E) 2:3

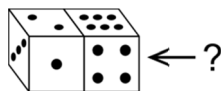
18. На шести гранях игральной кости Бабкена написаны числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Игральная кость Тиграна особенная – на шести гранях его игральной кости написаны числа 2, 2, 2, 5, 5 и 5. Когда Бабкен и Тигран бросают кости, выигрывает тот, у кого выпадает большее число. Если выпадают равные числа, то засчитывается ничья. Какова вероятность, что выигрывает Тигран?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{11}{18}$ (C) $\frac{7}{18}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{5}{12}$

19. В ящике находятся 2015 кусков мрамора. Они пронумерованы от 1 до 2015. Если суммы цифр чисел на кусках мрамора равны, то эти куски окрашены в один и тот же цвет; если же суммы цифр разные, то цвета этих кусков также разные. Сколько мраморных кусков в ящике окрашены в различные цвета?

- (A) 10 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 2015

20. Сумма чисел на противоположных гранях стандартных игральных костей равна 7. На рисунке показаны две одинаковые стандартные игральные кости. Какое число может быть написано на невидимой правой грани, помеченной знаком «?»



- (A) только 5 (B) только 2 (C) 2 или 5 (D) 1, 2, 3 или 5 (E) 2, 3 или 5

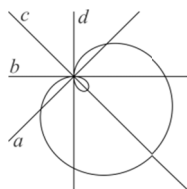
Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. На рисунке показана таблица умножения чисел от 1 до 10. Чему равна сумма всех 100 произведений в таблице?

×	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	10	20	30	...	100

- (A) 1000 (B) 2025 (C) 2500 (D) 3025 (E) 5500

22. Фигура на рисунке описывается уравнением $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$. Какая из прямых a , b , c , d соответствует оси y ?

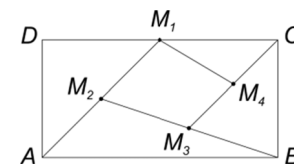


- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) ни одна из них

23. Какое из приведенных утверждений первое правильное при чтении этих утверждений слева направо?

- (A) (C) верно. (B) (A) верно. (C) (E) не верно. (D) (B) не верно. (E) $1 + 1 = 2$

24. В прямоугольнике $ABCD$, показанном на рисунке, M_1 – середина отрезка DC , M_2 – середина отрезка AM_1 , M_3 – середина отрезка BM_2 , M_4 – середина отрезка CM_3 . Найдите отношение площади четырехугольника $M_1M_2M_3M_4$ к площади прямоугольника $ABCD$.



- (A) $\frac{7}{16}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{7}{32}$ (D) $\frac{9}{32}$ (E) $\frac{1}{5}$

25. Сколько существует правильных многоугольников, градусные меры углов которых – целые числа?

- (A) 17 (B) 18 (C) 22 (D) 25 (E) 60

26. Сколько трехзначных натуральных чисел можно представить в виде суммы ровно 9-ти различных друг от друга степеней числа 2?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

27. На доске нарисованы синие и красные прямоугольники. Ровно 7 из прямоугольников – квадраты. Красных прямоугольников на 3 больше, чем синих квадратов. Красных квадратов на 2 больше, чем синих прямоугольников. Сколько синих прямоугольников на доске?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 10

28. Сколько существует треугольников ABC , где $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 20$, и длина каждой из сторон которого – целое число?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

29. 96 членов клуба вычислителей выстроены в ряд по большой окружности. Они начинают считать 1, 2, 3, ... друг за другом по кругу. Каждый член клуба, сказавший четное число, выходит из круга, а остальные продолжают считать, начав счет по второму кругу с 97. Они продолжают считать таким способом, пока в кругу не остается один член клуба. Какое число сказал этот член клуба при счете во время первого круга?

- (A) 95 (B) 65 (C) 33 (D) 17 (E) 1

30. В слове KANGAROO и Вазген, и Давид заменили буквы цифрами так, что в результате получились числа, кратные 11. Каждый из них заменил разные буквы различными цифрами, а одинаковые буквы – одинаковыми цифрами ($K \neq 0$). Вазген получил наибольшее возможное такое число, а Давид – наименьшее возможное такое число. В обоих случаях одна из букв была заменена одной и той же цифрой. Какая это цифра?

- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 0