

ЗАДАЧИ

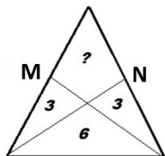
Для решения задач отводится **75 минут**

9-10-ые классы

- калькулятором пользоваться не разрешается
- для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным
- за нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются
- участник конкурса может набрать максимально 120 баллов
- после завершения конкурса листок с задачами остается у участника
- главное требование от участников и организаторов конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

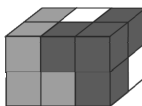
Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. М и N - середины равных сторон равнобедренного треугольника. На рисунке указаны площади трех образованных треугольников. Площадь четырехугольника равна:



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2. Параллелепипед собран из трех частей (см. рисунок). Каждая из частей состоит из 4 кубиков одного цвета. На что похожа белая часть?



- (A) (B) (C) (D) (E)

3. Когда Армине хочет послать сообщение Гагику, она использует следующую систему, известную Гагику: A=01, B=02, C=03... Z=26. После обращения каждой буквы в число она применяет формулу «2 x число + 9». Таким образом сообщение переводится в последовательность чисел, которую Армине посылает Гагику. Этим утром Гагик получил 25-19-45-38 и расшифровал эту последовательность. Какое сообщение получил Гагик?

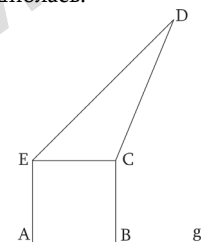
- (A) HERO (B) HELP (C) HEAR (D) HERS (E) Армине ошиблась.

4. $11,11-1,111=$

- (A) 9,009 (B) 9,0909 (C) 9,99 (D) 9,999 (E) 10

5. Длина стороны квадрата ABCE равна 4 см, а ее площадь равна площади треугольника ECD. Чему равно расстояние от точки D до линии g?

- (A) 8 см (B) $(4+2\sqrt{3})$ см (C) 12 см
(D) $10\sqrt{2}$ см (E) Зависит от места расположения точки D.



6. Если сложить цифры семизначного числа, то получится 6. Чему равно произведение этих цифр?

- (A) 0 (B) 6 (C) 7 (D) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ (E) 5

7. ABC - прямоугольный треугольник, катеты которого равны 6 см и 8 см, а точки K, L, M, являются центрами его сторон. Чему равен периметр треугольника KLM?

- (A) 10 см (B) 12 см (C) 15 см (D) 20 см (E) 24 см

8. В четырех из следующих выражений все цифры 8 можно заменить другой положительной цифрой (в каждой замене используя одну и ту же цифру) и получить первоначальный результат выражения. Какое из этих выражений не имеет такого свойства?

- (A) $(8+8-8):8$ (B) $8+(8:8)-8$ (C) $8:(8+8+8)$
(D) $8-(8:8)+8$ (E) $8 \cdot (8:8):8$

9. Две стороны четырехугольника равны 1 и 4. Одна из диагоналей, длина которой равна 2, делит его на два равнобедренных треугольника. Тогда периметр четырехугольника равен:

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

10. Остаток деления обоих чисел 144 и 220 на положительное целое число x равен 11. Найдите x.

- (A) 7 (B) 11 (C) 15 (D) 19 (E) 38

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Если Карен стоит на столе, а Микаел стоит на полу, то Карен на 80 см выше Микаела. Если Микаел стоит на том же самом столе, а Карен находится на полу, то Микаел на 1 м выше Карена. Чему равна высота стола?

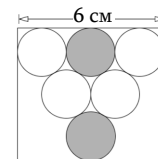
- (A) 20 см (B) 80 см (C) 90 см (D) 100 см (E) 120 см

12. Артур и Мэри бросали монету: если монета падала так, что была видна стоимость монеты, победительницей становилась Мэри, и Артур должен был дать ей 2 леденца. Если монета падала так, что был виден герб, победителем становился Артур, и Мэри должна была дать ему три леденца. После 30 игр у каждого из них было столько леденцов, сколько было перед игрой. Сколько раз побеждал Артур?

- (A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 24 (E) 30

13. В прямоугольник, одна из сторон которого 6 см, помещен «равносторонний треугольник» из касающихся кругов. Каково расстояние между центрами серых кругов?

- (A) 3 (B) $\sqrt{2} + 2$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $\frac{\pi}{2} + 2$ (E) 4

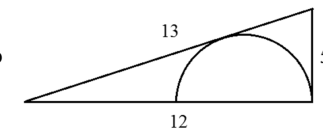


14. На каждой из стен комнаты Ерванда есть часы, которые или спешат, или отстают. Первые часы ошибаются на 2 минуты, вторые часы на 3 минуты, третьи на 4 минуты, а четвертые на 5 минут. Как-то Ерванд захотел узнать точное время по своим часам, и на часах он увидел следующее: без 6-и минут 3, без 3-х минут 3, 2 минуты 4-го и 3 минуты 4-го. Точное время:

- (A) 3:00 (B) 2:57 (C) 2:58 (D) 2:59 (E) 3:01

15. На рисунке представлен прямоугольный треугольник со сторонами 5, 12 и 13. Каков радиус вписанного полукруга?

- (A) $7/3$ (B) $10/3$ (C) $12/3$ (D) $13/3$ (E) $17/3$



16. На месте сотен четырехзначного числа стоит цифра 3, а сумма других трех цифр также равна 3. Сколько таких чисел существует?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

17. Двенадцать чисел, выбранных из чисел от 1 до 9, нужно написать в квадратах таким образом, чтобы суммы чисел в каждом ряду были

2	4		2
	3	3	
6		1	

одинаковы, и суммы чисел в каждой колонке тоже были равны. Некоторые из чисел уже написаны. Какое число должно быть написано в сером квадрате?

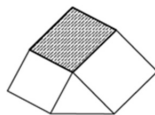
- (A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

18. Три спортсмена - Кен, Гу и Ру - приняли участие в марафонской гонке. Перед началом гонки четыре зрителя обсудили возможности победы спортсменов. Первый сказал: «Победит или Кен, или Гу». Второй сказал: «Если Гу будет вторым, то победит Ру». Третий сказал: «Если Гу будет третьим, то Кен не победит». Четвертый сказал: «Вторым будет или Гу, или Ру». После гонки оказалось, что все эти четыре мнения были верны. В каком порядке финишировали спортсмены?

- (A) Кен, Гу, Ру (B) Кен, Ру, Гу (C) Ру, Гу, Кен
(D) Гу, Ру, Кен (E) Гу, Кен, Ру

19. Фигура состоит из двух квадратов со сторонами 4 и 5 см, треугольника с площадью 8 см^2 и заштрихованного параллелограмма. Какова площадь параллелограмма?

- (A) 15 см^2 (B) 16 см^2 (C) 18 см^2 (D) 20 см^2 (E) 21 см^2

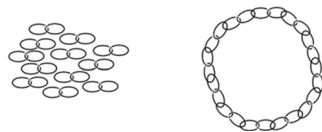


20. Алина написала соотношение $2012 = m^m \cdot (m^k - k)$ для положительных чисел m и k . Чему равно k ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 9 (E) 11

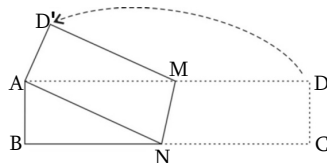
Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. У ювелира есть 12 цепей с двумя кольцами. Он хочет сделать из них одну большую цепь. Для этого он должен открыть некоторые кольца и впоследствии их закрыть. Каково наименьшее число колец, которые он должен открыть?



- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

22. Прямоугольный кусок бумаги ABCD размером 4см x 16см складывают вдоль линии MN так, что вершина C совпадает с вершиной A, как показано на рисунке. Какова площадь пятиугольника ABNMD'?



- (A) 17 (B) 27 (C) 37 (D) 47 (E) 57

23. Поезд G проезжает дорожный столб за 8 секунд. Он встречает поезд H. За 9 секунд они проезжают мимо друг друга. Поезд H проезжает дорожный столб за 12 секунд. Что можно сказать о длине поездов?

- (A) G в два раза длиннее, чем H. (B) Они имеют равную длину.
(C) H на 50 % длиннее, чем G. (D) H в два раза длиннее, чем G.
(E) невозможно сказать.

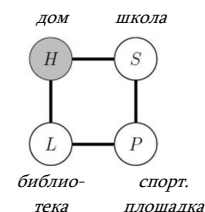
24. Последняя ненулевая цифра числа $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ равна:

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 9

25. Петр создает компьютерную игру «Кенгуру». На рисунке представлена карта игры. В начале Кенгуру находится в школе (S). Согласно правилам игры, с любого места, кроме

дома (H) Кенгуру может перескакивать на любое из двух соседних мест. Однако, когда он достигает H, игра заканчивается. Найдите число способов, которыми Кенгуру может попасть из S в H ровно за 13 прыжков.

- (A) 12 (B) 32 (C) 64 (D) 144 (E) 1024



26. Дано 5 ламп. Каждая из них может быть во включенном или выключенном положении. Каждый раз, когда любая из них переключается, изменяется ее состояние. Кроме этого, меняется также состояние одной случайно выбранной другой лампы (для одной и той же лампы выбор может быть различным от раза к разу). Вначале все лампы выключены. Выполняется 10 таких операций переключения. После этого мы можем сказать, что:

- (A) Невозможно, чтобы все лампы были выключены.
(B) Несомненно все лампы включены.
(C) Невозможно, чтобы все лампы были включены.
(D) Несомненно все лампы выключены.
(E) Ни одно из предыдущих утверждений не верно.

27. Даны шесть различных положительных целых чисел, самое большое из которых равно p . Среди этих чисел существует только одна пара, где меньшее число не является делителем большего числа. Каково наименьшее возможное значение p ?

- (A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 36 (E) 45

28. Нарек выписал все трехзначные числа и для каждого из чисел он нашел произведение его цифр. После этого мальчик нашел сумму всех полученных произведений. Какое число получил Нарек?

- (A) 45 (B) 45^2 (C) 45^3 (D) 2^{45} (E) 3^{45}

29. Числа от 1 до 120 написаны в 15 рядах, как показано на картине. В какой колонке (считая слева направо) сумма чисел наибольшая?

1						...	
2	3					...	
4	5	6				...	
7	8	9	10			...	
11	12	13	14	15		...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

- (A) 1 (B) 5 (C) 7
(D) 10 (E) 13

30. Пусть A, B, C, D, E, F, G, H - восемь последовательных вершин выпуклого восьмиугольника. Выберите случайно одну вершину из C, D, E, F, G, H и проведите отрезок, соединяющий ее с вершиной A; потом опять случайно выберите одну вершину из тех же самых шести вершин, и проведите отрезок, соединяющий ее с вершиной B. Какова вероятность, что эти два отрезка разделит восьмиугольник ровно на три области?

106	107	108	109	110	111	112	...	120
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- (A) 1/6 (B) 1/4 (C) 4/9 (D) 5/18 (E) 1/3