

ЗАДАЧИ

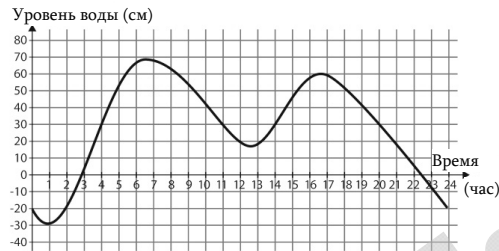
Для решения задач отводится **75 минут**

11-12-ые классы

- калькулятором пользоваться не разрешается
- для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным
- за нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются
- участник конкурса может набрать максимально 120 баллов
- после завершения конкурса листок с задачами остается у участника
- главное требование от участников и организаторов конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. В портовом городе уровень воды несколько раз поднимался и опускался в течение одного дня, как показано на рисунке. Сколько часов в тот день уровень воды был выше 30 см?



- (A) 5 (B) 6 (C) 7
(D) 9 (E) 13

2. Число $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ равно:

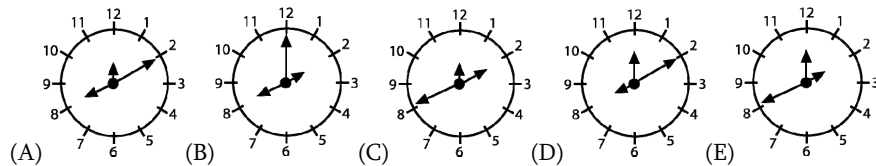
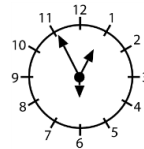
- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt[4]{4}$ (D) $\sqrt[3]{4}$ (E) 2

3. Из пяти чисел, записанных в таблице, первое равно 2, а последнее равно 12. Произведение первых трех чисел равно 30, трех в середине - 90, а произведение трех последних чисел равно 360. Какое число находится в центре таблицы?

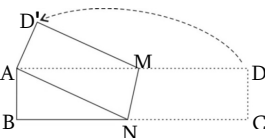
2				12
---	--	--	--	----

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 10

4. Часы имеют три стрелки разной длины, показывающих часы, минуты и секунды. Мы не знаем, что показывает каждая из стрелок, но мы знаем, что часы идут правильно. В 12:55:30 стрелки находятся в положении, показанном на рисунке. Какая из фигур показывает 8:10:00 часов?



5. Прямоугольный кусок бумаги ABCD размером 4см x 16см складывают вдоль линии MN так, что вершина C совпадает с вершиной A, как показано на рисунке. Какова площадь четырехугольника AD'MN?



- (A) 28 см² (B) 30 см² (C) 32 см² (D) 48 см² (E) 56 см²

6. Сумма цифр девятизначного числа равна 8. Чему равно произведение этих цифр?

- (A) 0 (B) 1 (C) 8 (D) 9 (E) 9!

7. Максимальное натуральное число n, для которого $n^{200} < 5^{300}$, равно:

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 11 (E) 12

8. Какая из приведенных функций удовлетворяет уравнению $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$?

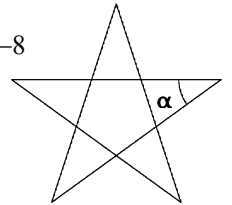
- (A) $f(x) = \frac{2}{x}$ (B) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ (C) $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ (D) $f(x) = \frac{1}{x}$ (E) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

9. Действительное число x удовлетворяет неравенству $x^3 < 64 < x^2$. Какое из приведенных неравенств верно?

- (A) $0 < x < 64$ (B) $-8 < x < 4$ (C) $x > 8$ (D) $-4 < x < 8$ (E) $x < -8$

10. Чему равен угол α правильной пятиугольной звезды?

- (A) 24° (B) 30° (C) 36° (D) 45° (E) 72°



Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Мой возраст - двузначное число, которое является степенью 5, а возраст моего двоюродного брата двузначное число, которое является степенью 2. Сумма цифр наших возрастов - нечетное число. Чему равно произведение цифр наших возрастов?

- (A) 240 (B) 2010 (C) 60 (D) 50 (E) 300

12. Туристическое агентство организовало четыре дополнительных тура по Сицилии для группы туристов. В каждом туре участвовало 80% группы. Какой минимально возможный процент туристов участвовал во всех четырех турах?

- (A) 80% (B) 60% (C) 40% (D) 20% (E) 16%

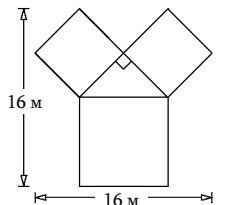
13. Каково множество решений неравенства $|x| + |x - 3| > 3$?

- (A) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ (B) $(-3, 3)$ (C) $(-\infty, -3)$ (D) $(-3, +\infty)$
(E) все действительные числа

14. Система оценивания в школах Словакии состоит из пяти оценок: от 1-го (наивысшая оценка) до 5-и. В 4-м классе одной из словацких школ результаты теста оказались не очень высокими. Средний балл был 4. Мальчики выступили немного лучше, их средний балл составил 3,6, а средний балл девочек составил 4,2. Какое из следующих утверждений является верным?

- (A) В классе мальчиков в 2 раза больше, чем девочек.
(B) В классе мальчиков в 4 раза больше, чем девочек.
(C) В классе девочек в 2 раза больше, чем мальчиков.
(D) В классе девочек в 4 раза больше, чем мальчиков.
(E) В классе столько же мальчиков, сколько и девочек.

15. На рисунке показана клумба для роз. Белые розы растут в равных квадратах, красные розы - в третьем квадрате. Желтые розы растут в прямоугольном треугольнике. И длина, и высота клумбы равны 16 м. Чему равна площадь клумбы для роз?



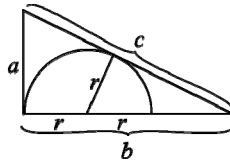
- (A) 114 м^2 (B) 130 м^2 (C) 144 м^2 (D) 160 м^2 (E) 186 м^2

16. Все билеты в первом ряду в кино были проданы. Места пронумерованы последовательно, начиная с 1. По ошибке на одно место был продан лишний билет. Сумма номеров мест на все билеты, проданные для этого ряда, равна 857. Каков номер места, на которое было продано два билета?

- (A) 4 (B) 16 (C) 25 (D) 37 (E) 42

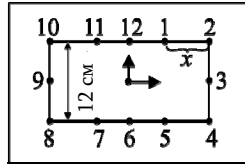
17. Дан прямоугольный треугольник со сторонами a , b и c . Каков радиус r полукруга, вписанного в этот треугольник (см. рис.)?

- (A) $\frac{a(c-a)}{2b}$ (B) $\frac{ab}{a+b+c}$ (C) $\frac{ab}{b+c}$ (D) $\frac{2ab}{a+b+c}$ (E) $\frac{ab}{a+c}$



18. Сторона квадрата ABCD равна 2. E и F являются серединами сторон AB и AD, соответственно. G – точка расположенная на отрезке CF таким образом, что $3CG=2GF$. Площадь треугольника BEG равна:

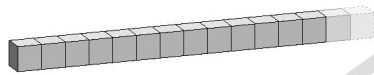
- (A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$ (E) $\frac{6}{5}$



19. Часы на картине имеют прямоугольную форму. Каково расстояние x на циферблате между цифрами 1 и 2, если расстояние между числами 8 и 10 равно 12 см (см. рис.)?

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $2 + \sqrt{3}$ (E) $12 - 3\sqrt{3}$

20. Кенгуру хочет построить прутик из стандартных игральные кости (сумма точек на противоположных гранях каждой кости равна 7), склеивая их грани. Он может склеить две грани, если они имеют одинаковое число точек. Он хочет, чтобы общее число точек на внешних гранях прутика было 2012. Сколько костей ему понадобится?



- (A) 70 (B) 71 (C) 142 (D) 143 (E) Невозможно увидеть точно 2012 точек.

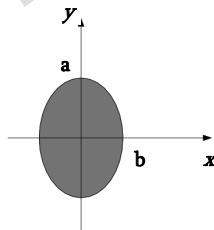
Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Каков наименьший возможный размер угла в равнобедренном треугольнике ABC, у которого есть медиана, которая делит треугольник на два равнобедренных треугольника?

- (A) 15° (B) $22,5^\circ$ (C) 30° (D) 36° (E) 45°

22. Пусть $a > b$. Если эллипс, указанный на рисунке, вращать вокруг оси X, то получится эллипсоид E_x с объемом $Об(E_x)$. Если его вращать вокруг оси Y, то получится эллипсоид E_y с объемом $Об(E_y)$. Какое из следующих утверждений верно?

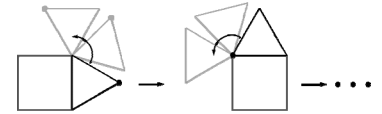
- (A) $E_x = E_y$ и $Об(E_x) = Об(E_y)$ (B) $E_x = E_y$, но $Об(E_x) \neq Об(E_y)$
 (C) $E_x \neq E_y$ и $Об(E_x) > Об(E_y)$ (D) $E_x \neq E_y$ и $Об(E_x) < Об(E_y)$
 (E) $E_x \neq E_y$, но $Об(E_x) = Об(E_y)$



23. С дробями можно выполнять две операции: 1) увеличить числитель на 8; 2) увеличить знаменатель на 7. Совершив в общей сложности n таких операций в определенном порядке, начиная с дроби $7/8$, получаем дробь, равную ей по величине. Каково наименьшее возможное значение n ?

- (A) 56 (B) 81 (C) 109 (D) 113 (E) Это невозможно.

24. Равносторонний треугольник катится по квадрату со стороной 1 (см. рис.). Чему равна длина пути, который проходит отмеченная на треугольнике точка до того момента, когда и точка, и треугольник достигнут своего начального положения?



- (A) 4π (B) $\frac{28}{3}\pi$ (C) 8π (D) $\frac{14}{3}\pi$ (E) $\frac{21}{2}\pi$

25. Сколько перестановок (x_1, x_2, x_3, x_4) множества $\{1, 2, 3, 4\}$ целых чисел обладают тем свойством, что сумма $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$ делится на 3?

- (A) 8 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 24

26. После урока алгебры на доске остались: график функции $y=x^2$ и 2012 прямых линий, параллельных линии $y=x$, каждая из которых пересекает параболу в двух точках. Сумма x -координат точек пересечения прямых линий и параболы равна:

- (A) 0 (B) 1 (C) 1006 (D) 2012 (E) Невозможно определить.

27. P (3; 4; 1), Q (5; 2; 9) и R (1; 6; 5) – три вершины куба (не все находятся на одной грани). Какая точка является центром куба?

- (A) A(4; 3; 5) (B) B(2; 5; 3) (C) C(3; 4; 7) (D) D(3; 4; 5) (E) E(2; 3; 5)

28. В последовательности 1, 1, 0, 1, -1, ... первые два члена a_1 и a_2 равны 1. Третий член представляет собой разность двух предшествующих членов, $a_3 = a_1 - a_2$. Четвертый член последовательности равен сумме двух предыдущих членов, $a_4 = a_2 + a_3$. Затем $a_5 = a_3 - a_4$, $a_6 = a_4 + a_5$, и так далее. Чему равна сумма первых 100 членов этой последовательности?

- (A) 0 (B) 3 (C) -21 (D) 100 (E) -1

29. Из множества $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$ Нане выбирает два числа - a и b . Произведение ab равно сумме оставшихся 24 чисел. Чему равен $|a - b|$?

- (A) 10 (B) 9 (C) 7 (D) 2 (E) 6

30. Каждый кот в Стране чудес либо мудрый, либо сумасшедший. Если мудрый кот оказывается в одной комнате с 3 сумасшедшими, то он становится сумасшедшим. Если сумасшедший кот оказывается в одной комнате с 3 мудрыми, то они понимают, что он сумасшедший. Три кота вошли в пустую комнату. Вскоре после этого вошел 4-й кот, а 1-й вышел. После этого вошел 5-й кот, а 2-й вышел, и т.д. После того, как вошел 2012-й кот, впервые за все это время было объявлено, что один из котов сумасшедший. Какие два из ниже приведенных котов могли быть сумасшедшими после входа в комнату?

- (A) 1-й и 2011-й (B) 2-й и 2010-й (C) 3-й и 2009-й
 (D) 4-й и последний (E) 2-й и 2011-й