Айб образовательный фонд
Kangourou Sans Frontières
ВТБ Банк ВТБ (Армения)
Партнер русского языка в Армении РОССОТРУДНИЧЕСТВО

ЗАДАЧИ

ԿԵՆԳՈՒՐՈՒ 2010

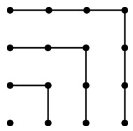
Для решения задач отводится **75** минут

11-ый класс

- калькулятором пользоваться не разрешается
- для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным
- за нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются
- участник конкурса может набрать максимально 120 баллов
- после завершения конкурса листок с задачами остается у участника
- главное требование от участников и организаторов конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. Пользуясь рисунком, можно сказать, что 1 + 3 + 5 + 7 = 4 x 4. Чему равна сумма 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17?



(A) 14 x 14 (B) 9 x 9 (C) 4 x 4 x 4 (D) 16 x 16 (E) 4 x 9

2. Какое число стоит на месте ❖, если известно, что суммы чисел в обоих строках равны друг другу?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	❖

(A) 1010 (B) 1020 (C) 1910 (D) 1990 (E) 2020

3. Площади оснований двух кубов равны 1 дм² и 4 дм². Мы хотим заполнить родниковой водой большой куб, принося воду из родника в маленьком кубе. Сколько раз нам придется пойти к роднику?

(A) 2 раза (B) 4 раза (C) 6 раз (D) 8 раз (E) 16 раз

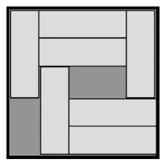
4. Сколько четырехзначных чисел, состоящих только из нечетных цифр, делятся на пять?

(A) 900 (B) 625 (C) 250 (D) 125 (E) 100

5. Директор компании сказал «Каждому нашему сотруднику как минимум 25 лет». Потом оказалось, что он был неправ. Это значит, что

(A) всем сотрудникам компании ровно 25 лет
(B) всем сотрудникам компании больше 26-и лет
(C) никому из сотрудников компании еще нет 25-и лет
(D) хотя бы одному сотруднику компании меньше 25-и лет
(E) одному из сотрудников компании ровно 26 лет

6. В коробке уложено 7 прямоугольников размером 3см x 1см. Мы хотим переместить скольжением прямоугольники в ящике и освободить место еще для одного прямоугольника. Какое наименьшее число прямоугольников надо при этом переместить?

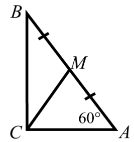


(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) невозможно

7. Какое из приведенных чисел может быть числом ребер некоторой призмы?

(A) 100 (B) 200 (C) 2008 (D) 2009 (E) 2010

8. В прямоугольном треугольнике ABC точка M — середина гипотенузы AB, $\angle A = 60^0$: $\angle BMC =$

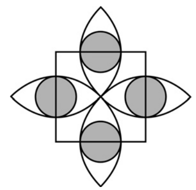


(A) 105^0 (B) 108^0 (C) 110^0 (D) 120^0 (E) 125^0

9. Сколько существует двузначных чисел $\overline{xy}$, цифры x и y которых удовлетворяют условию $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 0$?

(A) 1 (B) 2 (C) 6 (D) 32 (E) ни одного

10. Сторона квадрата на рисунке равна 2, полуокружности проходят через центр квадрата, а их центры находятся в вершинах квадрата. Центры затененных кругов находятся на сторонах квадрата, а их окружности касаются полуокружностей. Чему равна площадь затененной части?



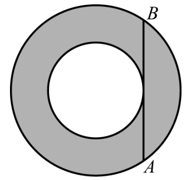
(A) $4(3-2\sqrt{2})\pi$ (B) $\sqrt{2}\pi$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$ (D) π (E) $\frac{1}{4}\pi$

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Числа $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{7}$ являются последовательными членами геометрической прогрессии. Следующим членом этой прогрессии является число

(A) $\sqrt[9]{7}$ (B) $\sqrt[12]{7}$ (C) $\sqrt[5]{7}$ (D) $\sqrt[10]{7}$ (E) 1

12. Хорда AB касается меньшей из двух концентрических окружностей. Известно, что $AB = 16$: Чему равна площадь затененной части фигуры?

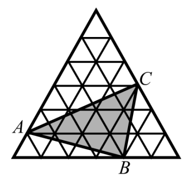


(A) 32π (B) 63π (C) 64π (D) 32π²
(E) зависит от радиусов окружностей

13. Целые числа x и y удовлетворяют условию $2x = 5y$. Которое из приведенных чисел может равняться сумме $x + y$?

(A) 2011 (B) 2010 (C) 2009 (D) 2008 (E) 2007

14. На рисунке наибольший равносторонний треугольник состоит из 36-и маленьких равносторонних треугольников площадью 1см². Найдите площадь ΔABC.

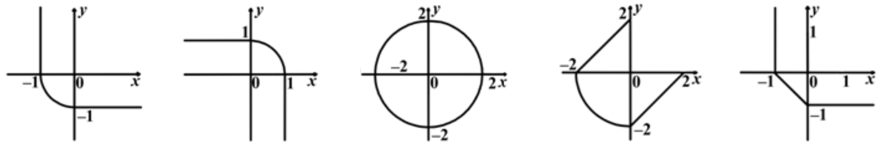


(A) 11 см² (B) 12 см² (C) 15 см² (D) 9 см² (E) 10 см²

15. В мешке имеются шары трех цветов: синие, зеленые и красные (имеется по крайней мере один шар каждого цвета). Известно, что если с закрытыми глазами вытащить любые пять шаров, то среди них обязательно будет два красных шара и не меньше трех будут одного цвета. Сколько синих шаров в мешке?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
(E) невозможно ответить без дополнительной информации

16. Какой из графиков соответствует множеству решений уравнения $(x-|x|)^2+(y-|y|)^2=4$?



(A) (B) (C) (D) (E)

17. Сколько прямоугольных треугольников можно получить, соединяя три вершины правильного 14-угольника?

(A) 42 (B) 84 (C) 88 (D) 98 (E) 168

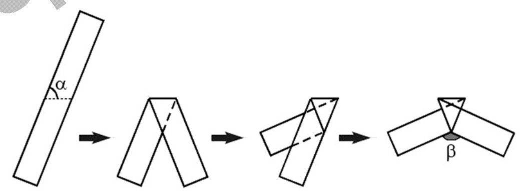
18. В выражении 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 каждый знак * заменяется на «+» или «x». Пусть N возможное наибольшее число, которое можно получить этим способом. Чему равен наименьший простой делитель числа N?

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) иное число

19. Длины сторон треугольника в сантиметрах являются натуральными числами 13, x и y. Найдите периметр треугольника, если $xy = 105$.

(A) 35 (B) 39 (C) 51 (D) 69 (E) 119

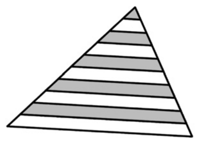
20. Полоску бумаги складывают три раза, как показано на рисунке. Найдите угол β, если $\alpha = 70^0$.



(A) 140^0 (B) 130^0 (C) 120^0
(D) 110^0 (E) 100^0

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Прямыми линиями, параллельными основанию, каждая из боковых сторон треугольника разделена на 10 равных частей. Какой процент площади треугольника закрашен?



(A) 42,5% (B) 45% (C) 46% (D) 47,5% (E) 50%

22. В забеге участвовало 100 человек и никакие двое не пришли к финишу одновременно. Всех участников спросили, каким номером они пришли к финишу и они назвали числа от 1 до 100. Сумма всех названных чисел составила 4000. Какое наименьшее число бегунов сказали неправду?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

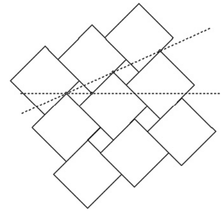
23. Игральную кость бросают три раза. Известно, что в третий раз выпала цифра, равная сумме двух предыдущих. Какова вероятность того, что цифра 2 выпадала по крайней мере один раз?

(A) 1/6 (B) 91/216 (C) 1/2 (D) 8/15 (E) 7/12

24. Штрих-код, показанный на рисунке, состоит из последовательных белых и черных полос, и всегда начинается и заканчивается черной полосой. Полосы любого цвета имеют ширину 1 или 2, а общая ширина штрих-кода равна 12. Сколько различных вариантов штрих-кодов можно получить, если все они читаются слева направо?

(A) 24 (B) 132 (C) 66 (D) 12 (E) 116

25. Стена облицована кафелем двух размеров, как показано на рисунке. Сторона большего кафеля равна a, меньшего — b. Угол, образованный горизонтальными и наклонными штрихованными линиями, равен 30^0. Найдите отношение a:b.



(A) $2\sqrt{3}:1$ (B) $\left(2+\sqrt{3}\right):1$ (C) $\left(3+\sqrt{2}\right):1$ (D) $3\sqrt{2}:1$ (E) $2:1$

26. На доске написаны натуральные числа от 1 до 10, каждое по 10 раз. Ученики играют в игру: ученик стирает два числа и записывает на доске число, которое на единицу меньше суммы стертых им чисел. Следующий ученик снова стирает два числа и пишет на доске число, которое на единицу меньше суммы стертых им чисел, и так далее. Игра заканчивается, когда на доске остается одно число. Последнее число на доске

(A) меньше 440 (B) 451 (C) 460 (D) 488 (E) больше 500

27. Значение выражения $\dfrac{(2+3)\left(2^2+3^2\right)\ldots\left(2^{1024}+3^{1024}\right)\left(2^{2048}+3^{2048}\right)+2^{4096}}{3^{2048}}$ равно

(A) 2^{2048} (B) 2^{4096} (C) 3^{2048} (D) 3^{4096} (E) $3^{2048}+2^{2048}$

28. Число $\sqrt{0,\underbrace{44...4}_{100\ раз}}$ записано в виде бесконечной десятичной дроби. Какая цифра стоит в этом числе на 100-м месте после запятой?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

29. Функция $f(x)$ для всех $x \in R, x>0$ удовлетворяет уравнению $2f(x)+3f\left(\dfrac{2010}{x}\right)=5x$.

$f(6)=\ldots$

(A) 993 (B) 1 (C) 2009 (D) 1013 (E) 923

30. На катетах прямоугольного треугольника, длины которых равны a и b, выбраны точки P и Q, соответственно. Пусть K и H являются основаниями перпендикуляров, опущенных на гипотенузу из точек P и Q, соответственно. Найдите возможное наименьшее значение суммы $KP+PQ+QH$.

(A) $a+b$ (B) $\dfrac{2ab}{a+b}$ (C) $\dfrac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (D) $\dfrac{(a+b)^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (E) $\dfrac{(a+b)^2}{2ab}$